

F07 衝擊擺與拋體實驗

1 實驗項目

1.1 拋體運動實驗

1.1.1 水平拋射

1.1.2 斜向拋射

1.2 彈性碰撞實驗

1.2.1 一維彈性碰撞

1.2.2 二維彈性碰撞

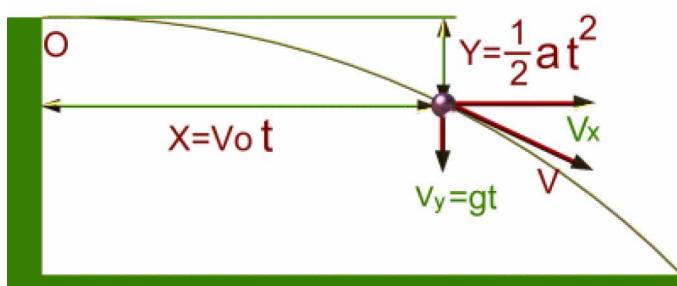
1.3 非彈性碰撞-衝擊擺

2 簡介

2.1 拋體運動實驗

2.1.1 水平拋射

當物體作水平拋射運動時，可以從兩方面之運動分析：水平等速運動（水平方向）及自由落體運動（鉛直方向）。水平方向因不受任何外力之作用，亦即外力之合力等於零，故其保持原有的運動狀態。在鉛直方向則因受地心引力之影響，以向下加速度為 g 之自由落體運動。二方向之運動獨立、不互相影響。



若水平速度(V_x)、垂直速度(V_y)、水平位移(X)、垂直位移(Y)分別為：

$$V_x = V_0 \quad ; \quad V_y = gt \quad ; \quad X = V_0 t \quad ; \quad Y = \frac{1}{2} g t^2$$

則著地時間 (T)、水平射程(R)分別為：

$$T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad ; \quad R = V_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

2.1.2 斜向拋射

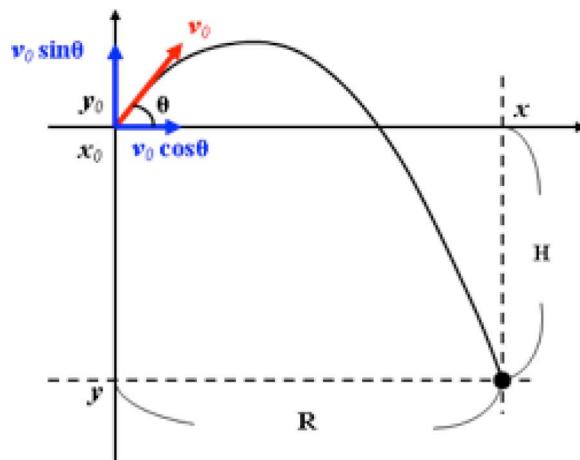
在桌面上以發射器初速 v_0 、仰角 θ 發射鋼球，使球落於地面，在 x 方向鋼球無加速度，其水平距離 $R = x - x_0$ 可由初速度 v_0 及仰角 θ 得知

$$x - x_0 = (v_0 \cos\theta)t$$

其中， x 是球落地的水平位置， $x_0 = 0$ ；在 y 方向鋼球受重力加速度 g ，方向向下，故為負值。

$$y - y_0 = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

其中， $y_0 = 0$ ， y 是球落地的垂直位置，為負值。



2.2 彈性碰撞實驗

2.2.1 一維彈性碰撞

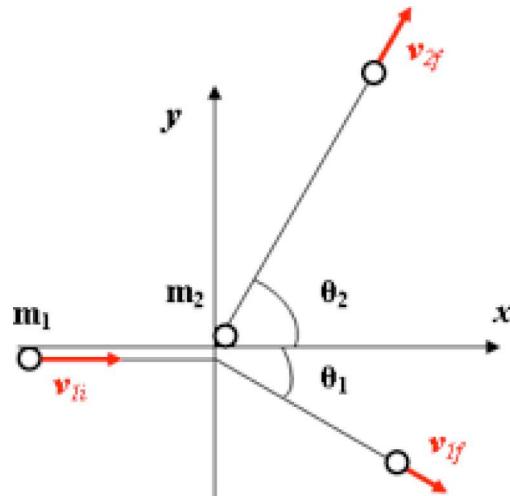
彈性碰撞是指兩物體之碰撞前後，其系統的總動能守恆。一維碰撞是指碰撞前後，兩物體之運動方向始終保持在碰撞前兩物體質心連線上。依據線動量守恆和動能守恆可導出關係式：

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \quad ; \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

其中，下標 i 及 f 分別表示碰撞前及碰撞後的速度。若碰撞前，兩物體皆為運動狀態，則碰撞後兩者的速度寫成：

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \quad ; \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

2.2.2 二維彈性碰撞



當兩顆球發生側邊碰撞後，其運動方向不會在入射球發生碰撞前的運動軌道上。這種封閉且獨立的二維碰撞，其總動量必須守恆：

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f} + \dots$$

當擦邊碰撞發生時，將入射球原本的運動軌跡當作 x 軸，碰撞後兩球的運動軌跡則可分解為 x 和 y 方向，且碰撞後，兩球的運動方向會與 x 軸分別夾角 θ_1 、 θ_2 ，則在 x 軸，動量守恆公式可寫為：

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2$$

在 y 軸則可寫成：

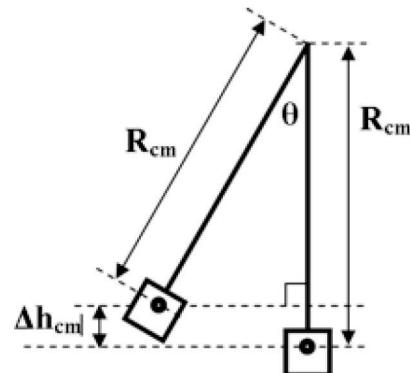
$$0 = -m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2$$

2.3 非彈性碰撞-衝擊擺

當擺錘盪到最高處時，其位能 $\Delta PE = Mg\Delta h_{cm}$

見下圖，其中 M 為擺錘和球的重量，g 為重力加速度， Δh 為變化的高度， θ 為擺錘擺動的角度。因此位能亦可表示為：

$$\Delta PE = MgR_{cm}(1 - \cos \theta)$$



R_{cm} 是指擺錘樞紐到擺錘-球系統之質心的距離，小寫 cm 指的是 center of mass。擺錘盪到最高處時的勢能 $\Delta PE =$ 摆錘碰撞發生瞬間產生的動能 (KE) ，

$$KE = \frac{1}{2} M v_p^2$$

碰撞後擺錘動量為： $P_p = M v_p$

因此可得： $P_p = \sqrt{2M(KE)}$

P_p 為擺錘-球系統的動量(即碰撞後的動量)。若碰撞前後動量守恆，知道擺錘及球的重量、擺動角度、及樞紐到擺錘-球系統質心的距離，即可推算球的初速 (v_b)。

$$v_b = \frac{M}{m} \sqrt{2gR_{cm}(1 - \cos\theta)}$$

3 實驗器材



- 3.1 鋁製實驗平台 x1
- 3.2 完全非彈性衝擊擺錘 x1
- 3.3 三段發射槍 x1
- 3.4 一維及二維完全彈性碰撞架 x1
- 3.5 光電閘固定器 x1
- 3.6 鉛珠 16mmx1
- 3.7 落珠記錄軟薄墊 x6
- 3.8 布尺 3m x1
- 3.9 塑膠角度尺 x1
- 3.10 自備或選購
 - 3.10.1 光電計時器 x1

4 實驗安裝、步驟與結果

4.1 抛體運動實驗

4.1.1 水平拋射

4.1.1.1 以距離測定

4.1.1.1.1 如何安裝

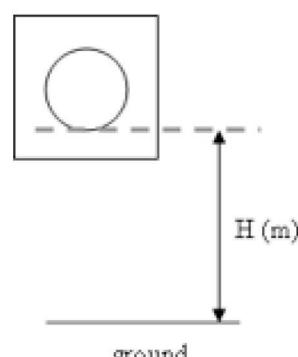
4.1.1.1.1.1 將儀器架設在桌邊，使發射器成水平，槍口方向朝桌外，並留 2.5 公尺的實驗安全距離。如圖(1)



圖(1)

4.1.1.1.2 操作步驟

4.1.1.1.2.1 以鉛錘標記槍口垂直地面處，丈量槍口底部至地面之垂直高度 H ，如圖(2)



圖(2)

4.1.1.1.2.2 將大鐵球推入發射器至第二檔，確認球在發射器最深處。拉開繩子讓球發射，記下落地點。將軟墊固定在落地點處，並在軟墊上鋪上白紙，加以固定。

4.1.1.1.2.3 重複將大鐵球推入發射器第二檔並發射的動作六次。

以卷尺測量由槍口垂直落地點，到大鐵球六次落地點的水平距離，求六次水平距離的平均值。

4.1.1.1.2.4 由槍口底部至地面的垂直高度 H ，及六次平均水平距離 R 推算大鐵球由第二檔發射的初速度 v_0 。

4.1.1.1.3 參考結果

垂直距離 $H = 1.00\text{ (m)}$

重複	1	2	3	4	5	6	平均 (m)
水平距離 $R\text{ (m)}$	1.656	1.652	1.621	1.647	1.619	1.634	1.64

初速度 $V_0 = 3.63\text{ (m/s)}$

4.1.1.2 以光電閘測量

4.1.1.2.1 如何安裝

4.1.1.2.1.1 同步驟 4.1.1.1.1。

4.1.1.2.2 操作步驟

4.1.1.2.2.1 將光電閘及其固定座安裝在發射器上，並將光電閘連接主機(測量模式：測量大球從 A 光電閘到 B 光電閘的時間)。架設如圖(3)。



圖(3)

4.1.1.2.2.2 將大鐵球推入發射器至第二檔，確認球在發射器最深處。拉開繩子讓球發射，由光電閘可測得球經過兩光電閘(相距 4 公分)的時間，可由此計算球的速度。

4.1.1.2.3 參考結果

兩光電閘相距 4cm

	1	2	3	平均	初速度 (m/s)
大鐵球 中速	3.69	3.51	3.48	3.56	3.56

4.1.2 斜向拋射

4.1.2.1 如何安裝

4.1.2.1.1 將儀器架設在桌邊。在軌道固定架的單點-滑溝槽設置發射器，槍口與軌道固定架的單點旋鈕重合，用以確保每個仰角槍口都在同一個位置。槍口方向朝桌外，並留 3 公尺的實驗安全距離。實驗架設如圖(4)。



圖(4)

4.1.2.2 操作步驟

4.1.2.2.1 量測槍口底部至地面之垂直高度(H)，計算出在此槍口位置、不同仰角，大球被發射器第二檔射出後，在空中的飛行時間(t)；進而計算出水平射程理論值 x_{theo} 。

4.1.2.2.2 將發射器調整至仰角 10° 。大鐵球推入發射器至第二檔，拉開繩子發射球，將軟墊固定在落地點處。(此方法簡稱方法一；亦可使用光電閘直接測得球的初速度，簡稱方法二)。

4.1.2.2.3 重複將大鐵球推入發射器第二檔並發射的動作六次。測量由槍口垂直落地點，到大球六次落地點的水平距離，求六次水平距離的平均值 x_{exp} 。

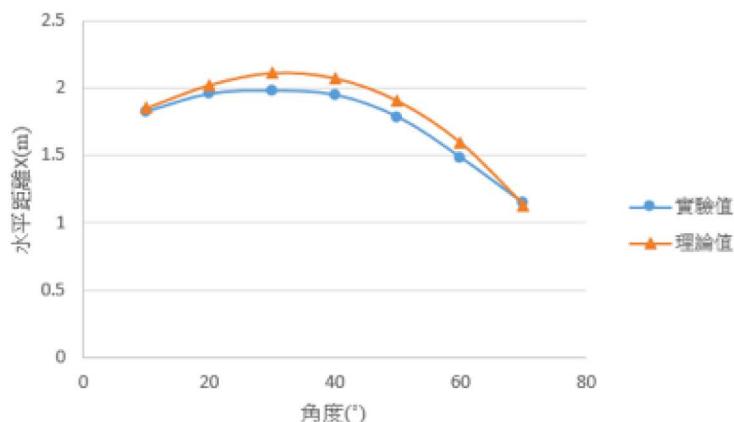
4.1.2.2.4 重複步驟 4.1.2.2.3，完成仰角 20° 、 30° 至 70° 之水平距離測量。

4.1.2.2.5 計算水平距離數據 x_{exp} 與理論值 x_{theo} 誤差(%)。

4.1.2.2.6 以仰角作為 x 軸，水平距離作為 y 軸，畫出理論值和實驗值曲線圖，觀察此曲線，觀察最遠距離之仰角。

4.1.2.3 參考結果

水平距離 x_{exp} (m)	角度							
	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	
1	1.827	1.956	1.974	1.947	1.775	1.480	1.161	
2	1.832	1.958	1.978	1.950	1.783	1.495	1.142	
3	1.814	1.964	1.986	1.939	1.795	1.470	1.132	
4	1.823	1.952	1.972	1.945	1.781	1.494	1.154	
5	1.831	1.943	1.978	1.945	1.779	1.485	1.154	
6	1.824	1.958	1.974	1.950	1.783	1.485	1.138	
平均 (m)	1.825	1.955	1.977	1.946	1.783	1.485	1.147	
槍口底部離地高度 y (m)	-1							
時間 t (s)	方法一	0.521	0.595	0.673	0.748	0.817	0.874	0.918
	方法二	0.56	0.61	0.73	0.81	0.87	0.92	0.97
水平距離理論值 x_{theo} (m)	方法一	1.85	2.02	2.11	2.07	1.9	1.59	1.13
	方法二	1.78	2.12	2.21	2.06	1.89	1.67	1.32
誤差 (%)	方法一	1.3	3.2	6.3	6	6.1	6.6	1.5
	方法二	2.5	7.8	10.5	5.5	5.8	11.1	13.1



4.2 彈性碰撞實驗

4.2.1 一維彈性碰撞

4.2.1.1 如何安裝

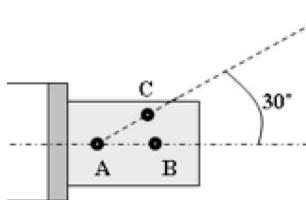
4.2.1.1.1 將儀器架設在桌邊，槍口方向朝桌外，調整發射器至水平狀態，並留 2 公尺的實驗安全距離。在發射器槍口處側邊軌道安裝磁吸式球架，如圖(5)。



圖(5)

4.2.1.2 操作步驟

4.2.1.2.1 將靶球螺絲安裝在槍口正前方、離槍口遠處的螺絲孔B如圖(6)，並留意槍口須預留一顆大鋼珠的距離如圖(7)，將靶球螺絲旋至螺帽底端，放上大球。在槍口前方平視槍口前端的大球，確定大球位置在槍口正中心後，拿掉大球。



圖(6)



圖(7)

4.2.1.2.2 將一顆大球壓入發射器第一檔，確定球在發射器最深處。再將第二顆大球放在磁吸螺絲下、螺絲孔B處。發射並目測兩顆球是否同時落地。

4.2.2 二維彈性碰撞

4.2.2.1 如何安裝

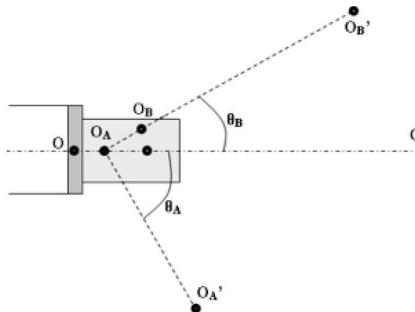
4.2.2.1.1 同步驟 4.2.1.1.1。

4.2.2.2 操作步驟

4.2.2.2.1 利用鉛錘標記槍口垂直地面處O，丈量槍口底部至O點之垂直高度H。

4.2.2.2.2 將定位螺絲鎖入離槍口較近的螺絲孔A，放上大球後，慢慢

將定位螺絲轉出，使大球自然落下，觀察落地點位置。在落地點鋪上軟墊及白紙。再次使用定位螺絲使大球自然落下，以貼紙或色筆標記落地點，即入射球的起點位置 O_A ，如圖(8)。



圖(8)

4.2.2.2.3 取下定位螺絲，將一顆大球壓入發射器第一檔，拉開繩子，觀察大球落地點。將軟墊及白紙鋪在落地點。再將大球以發射器第一檔射出，以貼紙或色筆紀錄大球落地位置，重覆此動作六次，丈量 O 點到六個落地位置的距離(R)，求得平均。由垂直距離(H)和水平距離的平均值(R)，求出大球由第一檔發射的初速 v_0 。並計算出碰撞前 A 球的動量 P_A 。將標示線連接 O 點和六個落地點的中心位置 O' ，以膠帶固定之，此即為發射器的彈道延伸線 $\overline{OO'}$ ，如圖(8)。

4.2.2.2.4 在螺絲孔 C 裝置靶球螺絲並旋至螺帽底端。將一顆大球壓入發射器第一檔，另一顆大球放在靶球螺絲下，發射並觀察兩顆球的落地點，在兩處落地點鋪上軟墊及白紙。重複以第一檔將入射球打出，並撞擊在螺絲孔 C 處的靶球，以貼紙或色筆紀錄發射六次的落地點。

4.2.2.2.5 丈量入射球起點 O_A 至六個落地點的距離 R_A ，及與彈道延伸線 $\overline{OO'}$ 所夾的角度 θ_A ；丈量靶球起點 O_B 至六個落地點的距離 R_B ，及與彈道延伸線 $\overline{OO'}$ 所夾的角度 θ_B 。

4.2.2.2.6 由垂直高度 H ，及 R_A 、 R_B ，可得碰撞後 A 球和 B 球的速度 v_A' 及 v_B' 。由 v_A' 及 v_B' 計算 A 球 x 及 y 方向的動量 P_{Ax}' 、 P_{Ay}' ，及 B 球 x 及 y 方向的動量 P_{Bx}' 、 P_{By}' 。

4.2.2.2.7 計算 θ_A 和 θ_B 的總和、碰撞後 x 及 y 方向的總動量。

4.2.2.3 參考結果

重複	入射球 A			vA' (m/s)	PAx' = m vA' cos θA(g m/s)	PAy' = m vA' sin θA(g m/s)
	R (m)	H (m)	θA (°)			
1	0.457	0.84	60	1.10	35.20	60.97
2	0.457		60	1.10	35.20	60.97
3	0.449		60	1.08	34.56	59.86
4	0.447		60	1.07	34.24	59.31
5	0.453		60	1.09	34.88	60.41
6	0.458		60	1.10	35.20	60.97

重複	靶球 B			vB' (m/s)	PBx' = m vB' cos θB(g m/s)	PBy' = m vB' sin θB(g m/s)
	R (m)	H (m)	θB (°)			
1	0.912	0.84	25	2.20	127.60	59.50
2	0.921		25	2.22	128.77	60.05
3	0.917		25	2.21	128.19	59.78
4	0.917		25	2.21	128.19	59.78
5	0.917		25	2.21	128.19	59.78
6	0.923		25	2.22	128.77	60.05

重複	角度合 (°)	碰撞後總動量 (g m/s)	
		x 方向 Px' (PAx'+PBx')	y 方向 Py' (PAy'-PBy')
1	85	162.8	1.47
2	85	163.97	0.92
3	85	162.75	-0.1
4	85	162.43	-0.47
5	85	163.07	0.63
6	85	163.97	0.92
平均	85	163.17	0.56

$$\text{碰撞前總動量 } P_A (\text{g m/s}) = m v_0 = \underline{\hspace{2cm}} 173.44$$

$$\text{碰撞前後總動量誤差} (\%) = \frac{P_A - P'_A}{P_A} \times 100\% = 5.9\%$$

4.3 非彈性碰撞-衝擊擺

4.3.1 如何安裝

4.3.1.1 將實驗設備組裝如圖(9)。



圖(9)

4.3.2 操作步驟

4.3.2.1 旋開螺絲，取下擺錘，分別測量小球+擺錘(不含螺絲)重量 M ，及小球重量 m 。

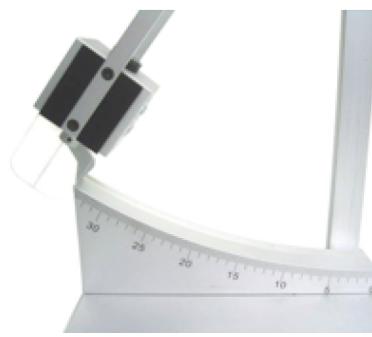
4.3.2.2 將小球放在擺錘中，找出小球-擺錘系統的質心並做標記，量測質心到螺絲固定處(旋鈕)的距離 R_{cm} 。

4.3.2.3 將儀器固定在桌面，在發射器前端約 1 公分處裝置擺錘座。將擺錘推高至 90 度後，以小棒子架住擺錘。如圖(10)



圖(10)

4.3.2.4 將小球推入發射器，確定小球在發射器最深處後，拿掉小棒子放回小棒子置放處，將擺錘底部的阻擋器往上壓，讓擺錘回到自然落下的狀態。拉開繩子讓球發射，紀錄擺錘指標所在的角度。如圖(11)至圖(12)



圖(11)



圖(12)

4.3.2.5 重複發射小球，記錄四個擺錘角度，計算平均值。將擺錘重量 M(不

含小球和螺絲)、小球重量 m、質心長度 R_{cm}、擺動角度 θ 代入公式

$$v_b = \frac{M}{m} \sqrt{2gR_{cm}(1-\cos\theta)} , \text{ 算出小球初速度 } v_b \text{。計算 } v_b \text{ 和 } v_o \text{ 的誤差。}$$

4.3.3 參考結果

		小鐵球	鉛球
球重量 m (kg)		0.018	0.023
R _{cm} (m)	不加重	0.206	0.206
	+5g	0.206	0.206
	+10g	0.206	0.206
擺錘加球總重量 M (kg)	不加重	0.229	0.237
	+5g	0.234	0.242
	+10g	0.239	0.247

兩光電閘相距 4cm

球由 A 光電閘到 B 光電閘的時間 (s)					速度 v _b (m/s) (理論值)
		1	2	3	
小鐵球	初	1.087	1.077	1.084	1.083 3.69
	中	0.809	0.821	0.814	0.812 4.92
	高	0.510	0.509	0.518	0.512 7.81
鉛球	初	1.067	1.028	1.042	1.044 3.83
	中	0.832	0.871	0.818	0.840 4.76
	高	0.563	0.552	0.564	0.559 7.15

鐵球

	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b	v_b 理論値	誤差 (%)
初速	不加重	10.9	10.8	10.9	11.0	10.9	0.981	3.52	3.69	4.6
	+5g	10.9	10.8	11.0	10.7	10.85	0.982	3.50		5.1
	+10g	10.7	10.6	10.7	10.9	10.73	0.982	3.57		3.2
	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b		v_b 理論値
中速	不加重	14.9	15.2	14.9	15.3	15.08	0.966	4.71	4.92	4.3
	+5g	15.0	14.9	15.1	15.2	15.05	0.966	4.82		4.3
	+10g	14.6	14.5	14.7	14.2	14.5	0.968	4.77		3.0
	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b		v_b 理論値
高速	不加重	21.8	22.6	22.5	22.7	22.4	0.925	7.0	7.81	10.4
	+5g	22.0	21.6	22.0	21.8	21.85	0.928	7.01		10.2
	+10g	21.2	20.9	20.8	20.0	20.73	0.935	6.8		12.9
	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b		v_b 理論値

鉛球

	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b	v_b 理論値	誤差 (%)
初速	不加重	14.4	14.2	14.5	14.6	14.43	0.968	3.70	3.83	3.4
	+5g	13.6	14.2	14.4	13.7	13.96	0.970	3.66		4.4
	+10g	13.8	13.8	14.0	13.8	13.85	0.971	3.67		4.2
	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b		v_b 理論値
中速	不加重	17.6	18.2	18.4	18.6	18.2	0.949	4.67	4.76	1.9
	+5g	18.6	17.5	18.5	18.0	18.1	0.95	4.72		0.8
	+10g	17.4	17.6	18.4	18.2	17.9	0.951	4.77		0.2
	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b		v_b 理論値
高速	不加重	27.4	27.8	27.4	26.8	27.4	0.888	6.92	7.15	3.2
	+5g	27.1	27.2	26.0	27.4	26.9	0.890	7.01		2.0
	+10g	26.5	25.9	26.0	26.6	26.3	0.900	6.82		4.6
	θ	1	2	3	4	平均	$\cos \theta$	v_b		v_b 理論値